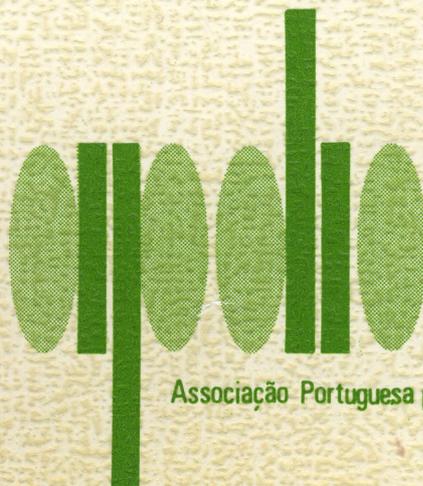


# INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL 82

## 1.º CONGRESSO NACIONAL sobre INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL E SUAS APLICAÇÕES À GESTÃO

Fundação Calouste Gulbenkian  
22 a 24 de Março de 1982

Editor: Isabel Hall Themido



Associação Portuguesa para o Desenvolvimento da Investigação Operacional.

# ÍNDICE GERAL

LISTA ALFABÉTICA DE AUTORES . . . . .	IX
SESSÃO DE ABERTURA . . . . .	XIII
SESSÃO DE ENCERRAMENTO . . . . .	XIX

## ÍNDICE DE COMUNICAÇÕES POR ÁREA E POR TEMA

### Comunicações / Autores

Tema    Pág.

#### I - METODOLOGIA, ENSINO E INVESTIGAÇÃO EM INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL

Métodos Quantitativos ou Métodos Matemáticos . . . . . Fernando de Jesus / I. S. E.	A	3
Pascal e a Programação Dinâmica . . . . . João Luís Neves / U. C. P.	A	4
Ensino da Investigação Operacional na Formação do Economista de Empresa . . . . . Manuel S. P. Ramalhete / I. S. E. Jorge M. C. Guerreiro / I. S. E.	B	10
Identificação de Áreas Prioritárias para I&D. O caso da Investigação Operacional. . . . . Luísa Henriques / J. N. I. C. T. J. M. G. Caraça / J. N. I. C. T.	B	15
A Utilização das Matemáticas na Gestão . . . . . Fernando de Jesus / I. S. E.	A	23
Algumas Reflexões sobre a Investigação Operacional . . . . . Fernando de Jesus / I. S. E.	A	25

#### II - INFORMAÇÃO, MODELAÇÃO E SIMULAÇÃO DE SISTEMAS REAIS

Desenho de Sistemas de Informação . . . . . Delmar Baptista / C. C. U. L. - I. S. T.	C	29
Um Sistema de Base de Dados para Acesso em Fortran . . . . . Rui Menezes / Ministério dos Transportes	C	34
Sistemas de Apoio à Decisão. Um Desafio à Investigação Operacional. . . . . Carlos Moreira Silva / F. E. U. P.	A	42
Informação para Gestão. Caso do Desenvolvimento Urbanístico Planeado. . . . . M. L. Costa Lobo / CESUR - I. S. T.	C	49

O Planeamento de Infraestruturas de Transporte na Óptica de Análise de Sistemas: Um Estudo Recente . . . . .	G	53
Alberto Moreno / Ministério dos Transportes		
Impacto da Aplicação da Investigação Operacional e dos Sistemas Computacionais sobre a Eficiência dos Processos de Gestão . . . . .	D	66
Isabel Hall Themido / CESUR-I. S. T.		
Luís Tadeu Almeida / CESUR-I. S. T.		
Rui C. Oliveira / CESUR-I. S. T.		
The Development of a Decision Support System to aid Production Planning in a Complex Manufacturing Organization . . . . .	E	71
W. H. Swann / I. C. I.		
Organizations - Environment Relationship. An Open Systems Resource Dependence Approach .	F	78
António de Sousa / U. C. P.		
A Investigação Operacional na Aviação Comercial . . . . .	D	86
Victor Fernandes / T A P		
A Investigação Operacional na Selecção e na Gestão dos Recursos da Defesa . . . . .	G	89
J. A. Cervaens Rodrigues / C. I. O. A.		
Optimização do Número de Reactores de Reserva de uma Dada Frota . . . . .	E	95
Victor Fernandes / T A P		
A. P. Johnson / School of Management - Londres		
Algumas Aplicações da Informática e da Investigação Operacional nos Sectores de Transportes, Encaminhamento e Distribuição do Correio. . . . .	G	101
Carlos P. F. Braga / C T T		
José L. A. Carvalho / C T T		
J. M. Coutinho / C T T		
Maria Leonor P. Castro / C T T		
Ricardo J. P. Braga / C T T		
Rui Francês Matos / C T T		
Modelação Econométrica para o Consumo Energético no Sector de Transportes: Um Ensaio . .	G	107
L. Valadares Tavares / CESUR-I. S. T.		
J. A. Assis Lopes / CESUR-I. S. T.		
L. Tadeu Almeida / CESUR-I. S. T.		
com a colaboração de:		
João Luís Neves / U. C. P.		
Sérgio Rebelo / U. C. P.		
Aplicação da Investigação Operacional na Avaliação Económica dos Recursos Minerais . . . .	G	117
Henrique Garcia Pereira / I. S. T.		

### III - OPTIMIZAÇÃO, PREVISÃO E CONTROLO

Uma Visão Integrada da Optimização. Uma Necessidade no Estudo da Investigação Operacional	A	129
José Manuel Amado da Silva / U. C. P.		
Técnicas de Decomposição em Optimização Linear. Generalização do Algoritmo de Dantzig-Wolfe à Programação Quadrática . . . . .	A	135
Francisco Nunes Correia / I. N. E. C. -I. S. T.		
Optimização Numérica de Funções. Método de Powel . . . . .	A	142
José Carlos Maia / I. S. T. -CESUR		
João Brito / C. N. P.		
Heurísticas para uma Classe de Problemas de Programação Mista . . . . .	A	146
Paulo Bárcia / E. D. P.		
Optimização de Funcionais não Lineares em Domínios não Convexos e Desconectados . . . .	F	151
A. G. Portela / E. G. T. -I. S. T.		
L. Mateus dos Reis / I. S. T.		

2,9  
82

# APLICAÇÃO DA INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL NA AVALIAÇÃO ECONÓMICA DOS RECURSOS MINERAIS

Tema: G

Henrique Garcia Pereira/I.S.T.

## RESUMO - ABSTRACT

A aplicação das técnicas de I. O. à indústria mineira exige a sua adaptação às especificidades próprias do processo de apropriação dos Recursos Minerais.

De facto, o valor dos recursos minerais depende, para além dos factores de mercado, de características intrínsecas de cada ocorrência, as quais são parcialmente conhecidas por amostragem.

Com base na teoria das Funções Aleatórias espaciais, é possível estimar, em cada unidade espacial com significado tecnológico, o valor dos parâmetros de que depende a economicidade da exploração do recurso, constituindo-se assim um modelo descritivo da ocorrência.

As técnicas de simulação estocástica e da decisão em face do risco (o qual tem uma componente intrínseca relativa à qualidade do recurso) intervêm na selecção da alternativa de exploração que maximiza um indicador económico.

Neste trabalho articula-se um conjunto de técnicas de Investigação Operacional, adaptadas ao caso da valorização de recursos minerais, e constroi-se um modelo global da exploração económica de uma jazida de ferro situada em Angola.

The application of O.R. techniques to the mining industry requires their adaptation to the details of the process of appropriation of mineral resources. In fact, the value of the mineral resources depends, beyond market factors, on the intrinsic characteristics of each occurrence, which may be partially known by sampling.

The theory of Random Functions can help to estimate, in each spatial unit with a technological meaning, the value of parameters on which the economy of the resource exploration depends thus building a descriptive model of the occurrence.

The techniques of stochastic simulation and decision making under risk (which has an intrinsic component relating to the quality of the resource) intervene in the selection of an alternative for exploration that maximizes an economical indicator.

In this paper a set of O.R. techniques is articulated and adapted to the valuation of mineral resources. As an example, a global model of an economic exploration of a mine in Angola is built.

## INTRODUÇÃO

Em qualquer projecto de Valorização de Recursos Minerais identificam-se com clareza as características de um processo que admite uma abordagem sistémica do problema.

De facto, o processo de Valorização de Recursos Minerais pode ser decomposto em diferentes elementos (sub-sistemas), interdependentes no espaço e no tempo, e articulados entre si para a realização de um objectivo.

Distinguem-se, em primeira aproximação do problema, três sub-sistemas:

- o sub-sistema geológico,
- o sub-sistema tecnológico e
- o sub-sistema económico.

Uma articulação possível destes três sub-sistemas para a realização do objectivo global (o qual pode ser considerado, em primeira análise, como a obtenção, em condições óptimas, de um "produto final" com valor de mercado) está esquematicamente formalizada no diagrama da Fig. 1.

(\*) - Professor Auxiliar do IST; investigador do Centro de Valorização de Recursos Minerais do INIC. Este trabalho foi realizado com a participação da JNICT.

Analisando a Fig. 1, verifica-se que o produto final<sup>(1)</sup> pode ser obtido a partir da actuação do sub-sistema tecnológico (decomposto em EXPLORAÇÃO MINEIRA e TRATAMENTO DE MINÉRIOS) sobre o sub-sistema geológico. O

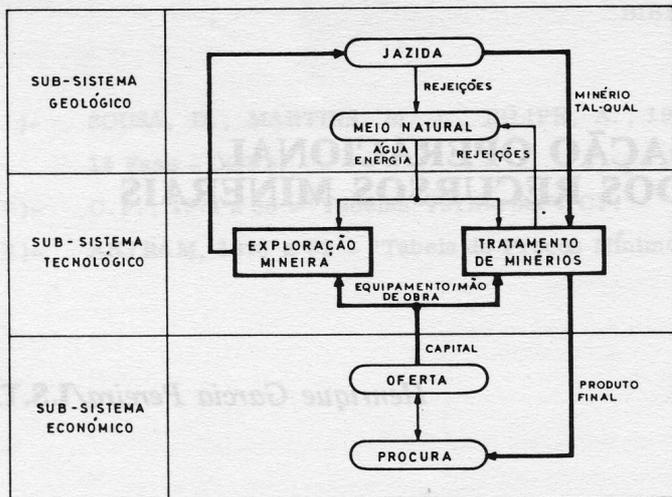


Fig. 1 - O processo de apropriação de recursos minerais tomado como um sistema.

sub-sistema económico fornece ao sub-sistema tecnológico os meios necessários para a extracção e valorização do produto final (OFERTA) e recebe o referido produto (PROCURA).

O planeamento da apropriação dos recursos minerais tem de ser efectuado com base em modelos dos diferentes sub-sistemas que intervêm no processo. Só através de tais modelos se pode saber, ex ante, as conseqüências de determinada estratégia de exploração dos recursos e se podem avaliar, em termos objectivos, as diferentes alternativas de exploração e processamento que podem ser consideradas.

É com base nos modelos correspondentes a cada um dos sub-sistemas considerados anteriormente que se pode realizar a avaliação económica do empreendimento mineiro, procurando maximizar um indicador de exequibilidade.

A pesquisa da alternativa tecnológica que maximiza o indicador económico é efectuada a partir da aplicação de técnicas de INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL, as quais devem ser adaptadas às características específicas da Indústria Mineira e aos modelos próprios dessa indústria.

#### ESPECIFICIDADES DA INDÚSTRIA MINEIRA

A indústria mineira trata uma "matéria prima" não renovável, de características de qualidade heterogêneas, reconhecidas parcialmente por operações de amostragem, em geral economicamente onerosas. Assim, os parâmetros económicos de valor e de custo referentes ao próprio objecto da indústria mineira - o minério in situ - são conhecidos com um grau de incerteza muito superior ao de outras indústrias (em especial, as transformadoras, que tratam uma matéria prima relativamente homogênea, de qualidade con-

(1)- O "produto final" integra-se numa cadeia de processamento a juzante (a qual não é considerada nesta análise, senão na medida em que a "PROCURA" do sub-sistema económico fixa, em certa medida, a quantidade de produtos a fornecer pelo processo de Valorização de Recursos Minerais).

trolada). O teor na espécie útil (principal variável de valor do empreendimento mineiro) apresenta uma distribuição espacial (caracterizada, em geral, por elevada variabilidade), à qual não há acesso directo senão em limitado número de pontos amostrados; os custos de exploração dependem (para além de factores tecnológicos) de variáveis ligadas à natureza física das rochas encaixantes, as quais não são conhecidas antes de iniciar a exploração. Assim, o objecto natural único que é a jazida ficará sempre fora do alcance de uma descrição completa e exaustiva, e a análise económica a efectuar em diferentes fases do empreendimento mineiro tem de basear-se em modelos estocásticos que descrevem, com um certo nível de incerteza e para um certo conjunto de dados obtidos por amostragem, as características essenciais do objecto de estudo, as quais têm de ser obtidas por estimacão.

Por outro lado, a jazida encontra-se em geral geograficamente localizada em zonas de difícil acesso, desprovidas de infraestruturas industriais. Cada jazida apresenta assim uma "originalidade" própria, exigindo um estudo particular, em que os meios técnicos e económicos a utilizar se devem adaptar às condições específicas que caracterizam o meio onde a jazida se localiza. O empreendimento mineiro exige assim elevados custos de capital para criar, in loco, as infraestruturas básicas (energia, água, acessos) necessárias às operações de exploração e tratamento de minérios. Essas infraestruturas têm, por outro lado, um tempo de vida igual ao da exaustão da mina e valor de sucata nulo quando termina a exploração. Os investimentos, em geral pesados, têm pois de ser completamente recuperados através da venda do produto final (de características de qualidade fixadas pelo mercado), cujas cotações têm de ser previstas para o período de vida da mina<sup>(2)</sup>. Antes porém da primeira venda do produto final medeiam tempos relativamente longos de pre-produção (relativos às infraestruturas básicas e acessos à mineralização), em que elevados investimentos têm de ser efectuados sem contrapartida imediata.

#### ADAPTAÇÃO DAS TÉCNICAS DE INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL À INDÚSTRIA MINEIRA

Dada a complexidade dos factores interdependentes que têm de ser considerados no projecto de valorização dos recursos minerais e a impossibilidade de utilizar modelos analíticos que relacionem entre si as variáveis interdependentes, parece evidente que as técnicas de I.O. são adequadas ao tratamento dos problemas levantados pelo estudo económico dos recursos minerais. No entanto, há que fazer uma criteriosa adaptação dessas técnicas às especificidades consideradas anteriormente e aos modelos estocásticos exigidos pela descrição do objecto da indústria mineira. Assim, é necessário tomar a variável teor na espécie útil como uma realização de uma Função Aleatória espacial, conhecida parcialmente por amostragem, e construir modelos descritivos da jazida baseados na Esperança e Variân-

(2)- Admitindo que a estratégia de exploração se refere a uma única mina e não a um conjunto de depósitos. Neste último caso há que contar com investimentos suplementares para a prospecção de novas ocorrências.

cia dessa variável em suportes espaciais dependentes do método de exploração a utilizar. O risco do projecto tem assim uma importante componente relativa à incerteza sobre o próprio objecto do empreendimento mineiro. Por outro lado, o carácter heterogéneo do recurso leva a que seja necessário introduzir uma variável de decisão, específica da indústria mineira, designada por teor de corte (só são exploradas as zonas da jazida cujo teor é superior a um certo limite). Dado ainda o carácter não renovável do recurso e os elevados investimentos de pré-produção, tem de ser cuidadosamente ponderado o problema do tempo de vida das instalações.

Descrevem-se seguidamente as fases do planeamento mineiro, cada uma das quais se baseia em modelos cada vez mais detalhados dos sub-sistemas em presença. Consideram-se, em especial, os objectivos económicos de cada fase do planeamento mineiro, tomando-se uma equação genérica do benefício como forma geral da função objectivo a maximizar em cada fase. Essa equação toma a forma geral seguinte:

$$B = (v\rho t - c)T - I \quad (1)$$

onde:

- B - benefício global da exploração,
- v - preço de venda da tonelada do produto final
- $\rho$  - rendimento médio da operação de tratamento de minérios (quociente entre a massa da espécie útil no produto final e a massa da espécie útil no minério in situ);
- t - teor médio do minério in situ (quociente entre a massa da espécie útil no minério in situ e a respectiva tonelagem);
- c - custo unitário das operações de exploração e tratamento de minérios;
- T - tonelagem do minério in situ;
- I - investimento nas operações de exploração e tratamento de minérios.

Para cada fase são apresentados os respectivos inputs típicos, os outputs possíveis, e passadas em revista as técnicas de Investigação Operacional aplicáveis:

### 1ª Fase - Avaliação Global

- INPUTS - Dados de amostragem de teores em malha de reconhecimento.
- Estimativas globais da esperança e variância de custos, investimentos, rendimentos e preço de venda (baseadas em analogia com explorações do mesmo tipo).

### METODOLOGIA

Tomando a variável teor como a realização de uma Função Aleatória espacial, calcula-se a respectiva covariância espacial e a variância de estimação do teor médio. Assumindo leis de distribuição de probabilidade (caracterizadas pelos 1º e 2º momentos) para as variáveis da equação (1), calcula-se, por simulação estocástica, a distribuição de um indicador económico baseado em (1) (por exemplo, a taxa de desconto interna) e analisa-se a sensibilidade da distribuição do indicador às esperanças e variâncias das diferentes variáveis de partida (PEREIRA et al., 1976).

### OUTPUTS

Decisão sobre a viabilidade económica global da exploração baseada na esperança do indicador e respectiva variância (a qual quantifica o risco do projecto). Definição de campanhas suplementares de amostragem.

### 2ª Fase - Planeamento a Longo Prazo

- INPUTS - Dados de amostragem de teores em malha tecnológica.
- Definição das alternativas do método de exploração, com base em resultados de ensaios geotécnicos.
  - Definição das alternativas dos métodos de tratamento de minérios, com base em resultados de ensaios mineralúrgicos.

### METODOLOGIA

Tomando a função de covariância espacial obtida na 1ª Fase (eventualmente afinada pela informação suplementar entretanto obtida), calcula-se a esperança e variância do teor médio em cada bloco tecnológico que está ligado à unidade mineira de selecção correspondente ao método de exploração previsto. Constroi-se assim um modelo descritivo da jazida, constituído pelo teor médio (e respectiva dispersão) em blocos localizados espacialmente.

No caso da exploração ser a céu aberto, dimensiona-se a escavação final óptima com base na teoria dos grafos, maximizando o somatório dos benefícios por bloco (equação (1)), sob os constrangimentos técnicos de desmonte (PEREIRA et al., 1977).

Com base no modelo descritivo da jazida, pode ser um primeiro objectivo a escolha do ritmo de exploração global e do teor de corte, através de uma técnica de simulação estocástica (MACKENZIE et al., 1974).

A pesquisa do teor de corte e da sequência de exploração optimizantes pode também ser efectuada a partir de uma técnica de programação dinâmica (ROMAN, 1972; DOWD, 1979) ou de programação inteira (SIMS, 1979), em que a função objectivo é o benefício actualizado.

A selecção das alternativas tecnológicas de tratamento de minérios, do teor de corte e das sequências de exploração pode ainda ser efectuada por simulação estocástica, avaliando o valor do benefício actualizado (segundo (1)) para as diferentes combinatórias, tecnicamente viáveis, das variáveis de decisão de que depende a equação (1) (PEREIRA, 1981).

### OUTPUTS

Escolha do teor de corte, ritmo de produção, sequência de exploração optimizante, avaliação económica de alternativas tecnológicas.

Quanto à fase de planeamento a curto prazo, diferentes técnicas de I. O. podem também ser aplicadas, em contextos particulares de cada mina e para funções objectivo não explicitamente ligadas ao benefício global. O planeamento a curto prazo não depende tão fortemente das especificidades da indústria mineira, visto que se aplica, em geral, à optimização de aspectos parcelares do funcionamento de minas

em exploração, para as quais existe já uma massa importante de dados, os quais permitem um conhecimento relativamente seguro dos sistemas em operação.

Assim, o objectivo pode ser o dimensionamento de um sistema de transportes através das técnicas de simulação estocástica (O'NEIL et al., 1967), filas de espera (ELBROND et al., 1979), programação inteira (DAUD et al., 1976) ou programação dinâmica (FIVAZ et al., 1973). Estas técnicas são utilizadas em formato semelhante ao que surge nas aplicações em outros domínios.

Também a alocação optimizante de sistemas de carregamento aos blocos de minério disponíveis, com o propósito de minimizar as flutuações (em qualidade e quantidade) do fluxo de entrada na oficina de tratamento de minérios, pode ser um problema a resolver através de técnicas como a simulação estocástica (KAAS, 1966) ou programação linear (WILKE et al., 1977). Nestas aplicações já as especificidades da indústria mineira intervêm de um modo relativamente importante, através dos constrangimentos próprios do método de desmonte utilizado.

#### MODELO PARA O PLANEAMENTO A LONGO PRAZO DA APROPRIAÇÃO ECONÓMICA DE RECURSOS MINERAIS

Apresenta-se seguidamente um desenvolvimento do modelo a longo prazo correspondente à segunda fase da avaliação económica de recursos minerais. Partindo da equação do benefício global (1), analisa-se o sistema de interdependências entre as variáveis para o nível de detalhe considerado. Verifica-se imediatamente que as variáveis que intervêm em (1) reflectem a interacção dos três sub-sistemas considerados anteriormente (geológico, tecnológico e económico).

De facto, as variáveis mais ligadas ao sub-sistema geológico (a tonelagem  $T$  e o teor médio  $t$ ) dependem do sub-sistema tecnológico através do teor de corte e só a consideração do sub-sistema económico permite a selecção optimizante dessas variáveis.

Assim, o teor médio  $t$  e a tonelagem  $T$  podem relacionar-se com o teor pontual  $Z(x)^{(3)}$  e com o teor de corte  $g$  através das relações seguintes:

$$t = \frac{D}{T} \int k(x) Z(x) dx \quad (2)$$

$$T = D \int k(x) dx \quad (3)$$

Em (2) e (3),  $D$  é a densidade do minério suposta constante e  $k(x)$  é uma indicatriz definida por:

$$k(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } Z(x) \geq g \\ 0 & \text{se } Z(x) < g \end{cases}$$

Mas, de facto, na prática industrial, o teor de corte não se refere à variável pontual  $Z(x)$ , mas a um certo elemento

de volume  $V$ , designado por bloco tecnológico, que corresponde a dimensão mínima de material sobre a qual é possível efectuar uma selecção (abandonar ou explorar o bloco), com base num certo método de lavra.

Então, sendo  $V$  a dimensão do bloco tecnológico, o teor médio num bloco particular  $V_i$  é dado por:

$$Z(V_i) = \frac{1}{V_i} \cdot \int_{V_i} Z(x) dx \quad (4)$$

As equações (2) e (3) reescrevem-se:

$$t = \left[ \frac{1}{\sum_i k(V_i)} \right] \cdot \sum_i k(V_i) Z(V_i) \quad (5)$$

$$T = D \sum_i k(V_i) V_i \quad (6)$$

onde  $k(V_i)$  é a indicatriz referente ao bloco:

$$k(V_i) = \begin{cases} 1 & \text{se } k(V_i) \geq g \\ 0 & \text{se } k(V_i) < g \end{cases}$$

As equações (5) e (6) traduzem a interacção entre o sub-sistema geológico (distribuição espacial dos teores  $Z(x)$  e o sub-sistema tecnológico e económico. Só se exploram os blocos cujo teor é superior ou igual a um certo limite, dependente de condições tecnológicas e económicas específicas de cada exploração.

Para encontrar as relações (5) e (6), designadas por curvas teor médio/teor de corte e tonelagem/teor de corte, tem de se partir dos teores amostrados em  $N$  pontos do espaço, de coordenadas  $x_\alpha$  ( $Z(x_\alpha)$ ), com  $\alpha=1, \dots, N$  e estimar os teores nos blocos tecnológicos  $V_i$ . Essa estimação pode ser feita, no quadro da teoria das Funções Aleatórias espaciais, pelo cálculo de:

$$Z^*(V_i) = \sum_{\alpha=1}^N \lambda_\alpha Z(x_\alpha), \quad (7)$$

onde os  $\lambda_\alpha$  são ponderadores obtidos pela minimização da variância de estimação em condições de não enviesamento.

Calculando experimentalmente a covariância espacial<sup>(4)</sup>

$$C(x_1, x_2) = E [ Z(x_1) \cdot Z(x_2) ],$$

e admitindo certas condições de ergodicidade e estacionariedade, os ponderadores  $\lambda_\alpha$  são obtidos pela solução do sistema seguinte:

$$\begin{cases} \sum_\beta \lambda_\beta \bar{C}(x_\alpha, x_\beta) = \bar{C}(x_\alpha, V_i) + \mu \\ \sum_\alpha \lambda_\alpha = 1, \end{cases} \quad (8)$$

onde  $\bar{C}(x_\alpha, x_\beta)$  é o valor médio da covariância entre os pontos amostrais e  $\bar{C}(x_\alpha, V_i)$  é o valor médio da covariância entre os pontos amostrais e o volume cujo teor se pretende estimar através de (7);  $\lambda_\alpha$  e  $\lambda_\beta$  são os ponderadores a obter e  $\mu$  é um parâmetro de Lagrange resultante da minimização da variância de estimação, sob a condição de não enviesamento

(3)-  $Z(x)$  é o valor que a variável teor toma no ponto de coordenadas  $x$  (com  $x$  a 1, 2 ou 3 dimensões).

(4)- Esta covariância tem o sentido de uma função de autocorrelação espacial.

$$E[Z^*(V_i)] = Z(V_i)$$

Quanto à variância de estimação, que permite quantificar o risco associado à incerteza da estimação dos teores, esta pode ser obtida por:

$$\sigma^2(V_i) = \bar{C}(V_i) - \sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} \bar{C}(x_{\alpha}, V_i) + \mu \quad (9)$$

Através da metodologia exposta anteriormente, é possível pois obter um modelo descritivo da jazida, parametrizado no teor de corte e na dimensão do bloco tecnológico. A cada bloco está associada a esperança e a variância dos estimadores do teor da espécie útil.

É de notar, no entanto, que as condições de estacionariedade anteriormente referidas exigem, muitas vezes, em jazidas complexas, que o espaço mineralizado seja segmentado em zonas onde se verifique uma certa homogeneidade das variáveis que intervêm na equação (1). Para pesquisar essa homogeneidade, é necessário efectuar previamente uma análise multivariada dos dados de partida (em geral multi-dimensionais) para encontrar uma tipologia com significado tecnológico e económico.

Quanto às outras variáveis que intervêm na equação (1), estas dependem também do teor de corte e da dimensão do bloco tecnológico (excepto o preço de venda do produto final, fixado por condições de mercado). Assim, o rendimento da operação de tratamento de minérios ( $\rho$ ) é uma função complexa do teor de alimentação  $t$  (o qual está ligado ao teor de corte através de (9)); os custos operatórios ( $c$ ) e os investimentos ( $I$ ) dependem também da dimensão do bloco tecnológico ( $V_i$ ) e da tonelagem global a tratar ( $T$ ). Por outro lado, sendo as operações mineiras sistemas dinâmicos, a equação (1) tem de ser actualizada, o que faz intervir o ritmo da exploração (capacidade das instalações) e as sequências do desmonte.

As considerações anteriormente expostas permitem a consideração de uma metodologia geral, que incorpora uma série de técnicas de Estatística e Investigação Operacional, e que é bem adaptada às especificidades da avaliação económica de recursos minerais.

Esta metodologia pode sintetizar-se nos passos seguintes:

- 1) Análise multivariada dos dados de partida;
- 2) Definição das zonas homogêneas (tipologia do minério);
- 3) Cálculo da Função de Covariância espacial em cada zona;
- 4) Estabelecimento do método de lavra e dimensões possíveis para o bloco tecnológico;
- 5) Estimação dos teores em blocos tecnológicos (equação (7));
- 6) Cálculo da Variância de Estimação dos Teores (equação (9));
- 7) Cálculo das Curvas Tonelagem/Teor de Corte (equação (6), para diferentes dimensões do bloco tecnológico);
- 8) Cálculo das Curvas Teor Médio/Teor de Corte e respectivos intervalos de confiança (equação (5));
- 9) Cálculo das Curvas Rendimento em Metal/Teor Médio;
- 10) Estabelecimento dos Custos Operatórios e Investimentos para diferentes hipóteses de Ritmos de Exploração e Tratamento;

- 11) Simulação dos Fluxos de Caixa para diferentes sequências de Desmonte (com base na equação (1), actualizada para diferentes taxas de desconto);
- 12) Cálculo da Distribuição de um Indicador Económico;
- 13) Selecção da alternativa, caracterizada pelas variáveis de decisão, que maximiza a esperança e minimiza a variância do indicador.

#### EXEMPLO DE APLICAÇÃO A UMA JAZIDA DE FERRO

A metodologia anteriormente esboçada foi aplicada à jazida de ferro de Cateruca, situada em Angola (PEREIRA, 1981). Dispõe-se de dados de partida referentes às variáveis codificadas no Quadro I.

QUADRO I - Codificação das variáveis de partida

Código da Variável	Significado da Variável
Fe	Teor do tal-qual em Fe (%)
INF	Teor do tal-qual em Fe (%) para a fração < 1 mm
Si	Teor em SiO <sub>2</sub> (%)
P	Teor em P (%)
R <sub>P</sub> (DA)	Rendimento em peso da concentração magnética nos ensaios em Tubo Davis (1,95 K Gauss)
R <sub>M</sub> (DA)	Rendimento em metal da concentração magnética nos ensaios em Tubo Davis (1,95 K Gauss)
R <sub>P</sub> (LD)	Rendimento em peso da concentração gravítica nos ensaios com líquidos densos (densidade = 2,93)
R <sub>M</sub> (LD)	Rendimento em metal da concentração gravítica nos ensaios com líquidos densos (densidade = 2,93)
T <sub>C</sub> (DA)	Teor do concentrado em ensaios em Tubo Davis (1,95 K Gauss)
T <sub>C</sub> (LD)	Teor do concentrado em ensaios com líquidos densos (densidade = 2,93).

Estas variáveis foram medidas em 11 sondagens, cada uma das quais contém entre 26 e 76 amostras.

Havendo condições geológicas que apontam para uma heterogeneidade do minério, revelada por uma diferenciação em profundidade (LINDGREN, 1975), foi efectuada uma análise multivariada das variáveis de partida em cada sondagem. Essa análise, designada por Análise das Correspondências (BENZÉCRI, 1973), permite obter projecções dos indivíduos (amostras) e propriedades (variáveis medidas nas amostras) nos mesmos planos, definidos pelos eixos principais de inércia. Nessas projecções, é possível individualizar com clareza grupos de amostras, espacialmente contíguas, com elevada similitude no interior do grupo e bem diferenciadas de grupo para grupo. Na Fig. 2 está representado um exemplo das referidas projecções, em que

1 - Código sequencial das amostras em profundidade

o - primeira amostra de cada grupo

□ - última amostra em cada grupo

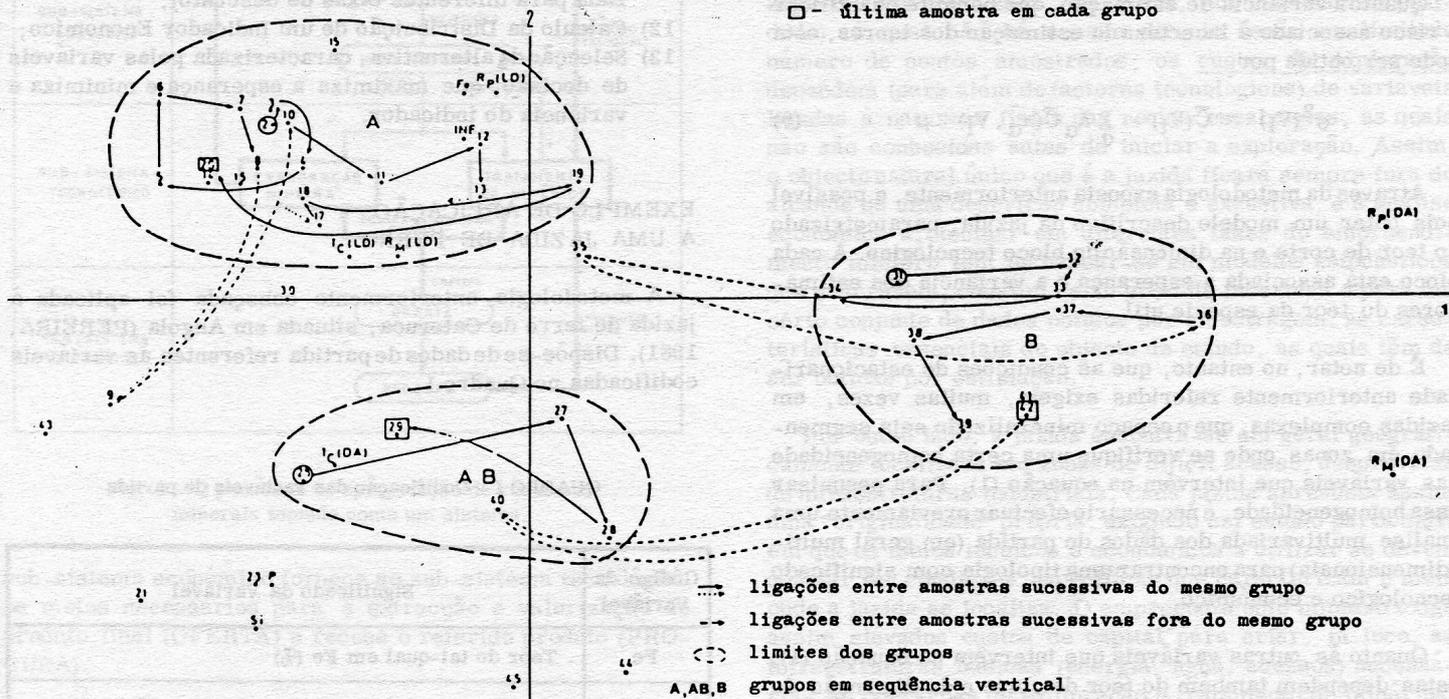


Fig. 2 - Projecção das amostras e variáveis nos dois primeiros eixos de inércia (Análise das Correspondências da sondagem 11).

as amostras são identificadas por um número de ordem crescente com a profundidade. Os grupos obtidos pela análise foram constituídos em tipos com significado tecnológico. Obtiveram-se assim três tipos distintos, especialmente destacados e com respostas diferentes ao tratamento de minérios. Para um dos tipos (designados por A, B<sub>1</sub> e B<sub>2</sub>) há duas alternativas de beneficiação a considerar (designadas por I e II).

Para cada um dos tipos foi calculada uma função de covariância espacial entre os teores e estimado o teor médio e respectiva variância em cada bloco tecnológico a considerar no método de exploração a céu-aberto proposto.

Dispõe-se assim de um modelo descritivo da jazida, segmentada em três tipos distintos e discretizada em blocos, espacialmente localizados, em que se conhece o teor médio e respectiva variância.

Apresenta-se, na Fig. 3, a curva tonelagem/teor de corte para o tipo A, calculada com base na equação (6) e no modelo anteriormente referido.

Apresenta-se na Fig. 4 a curva teor médio/teor de corte para o tipo A, calculada com base na equação (5). Na mesma figura estão representados os intervalos de confiança (95% de probabilidade) para a configuração inicial da amostragem e para uma configuração suplementar a ensaiar através do modelo económico.

Quanto às relações rendimento em metal/teor médio, estas foram calculadas, por tipo, com base na hipótese de

que as operações de tratamento de minérios são reacções de primeira ordem (DIGRE, 1960). Nesta hipótese, a relação entre  $\rho$  e  $t$  pode escrever-se:

$$\frac{1 - (1 - \rho)^{1/FS}}{\rho} = \frac{t(1 - t_c)}{t_c(1 - t)} \quad (10)$$

onde:

- $\rho$  - rendimento em metal da operação de tratamento de minérios;
- FS - factor de separação (parâmetro estimado a partir dos dados);
- $t$  - teor médio do minério in situ;
- $t_c$  - teor do concentrado (fixado por cotações de mercado).

A partir da equação (10) podem estabelecer-se (para cada alternativa das operações de tratamento de minérios aplicada a cada tipo) as relações teor de corte/rendimento.

Quanto às variáveis ligadas aos sub-sistemas tecnológico e económico, estas foram calculadas na hipótese de que se dispõe de um mercado anual fixo do produto final (cujo teor de concentrado também é fixo pelas especificações das indústrias a juzante). As tonelagens totais de minério in situ extraídas de cada tipo são definidas pela escavação limite optimizante e, portanto, o ritmo anual da exploração mineira fica estabelecido numa gama dada pelos valores máximos e mínimos do rendimento em peso das operações de beneficiação. É assim possível atribuir um custo operacional médio à exploração mineira. Quanto aos custos operacionais do tratamento de minérios, estes podem ser estimados com base na gama de capacidades em causa. Os investimentos

CATERUCA

CURVA TON / TEOR  
TIPO A

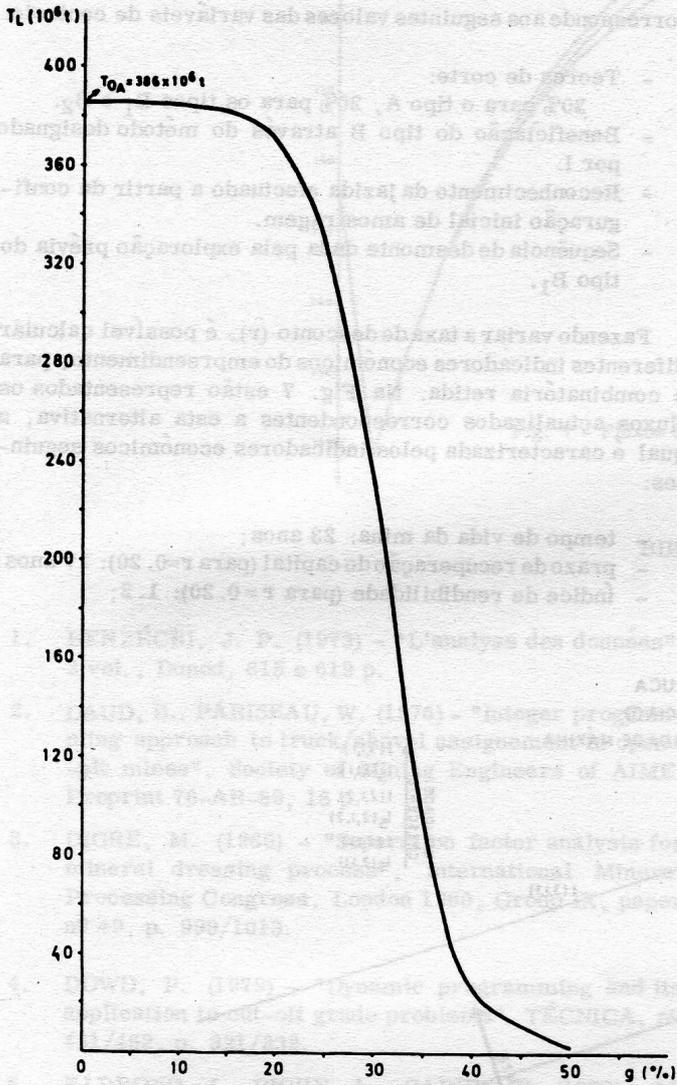


Fig. 3 - Curva tonelagem/teor de corte para o tipo A. A cada teor de corte  $g$  corresponde uma tonelagem  $T_L$  (g) a enviar para o tratamento de minérios.  $T_{OA}$  é a tonelagem total extraída sem efectuar selecção.

dependem do ritmo de exploração e capacidade das instalações (os quais variam com o teor do corte, para uma tonelagem de produto final fixada).

Para a relação entre o investimento e o ritmo da exploração, tomou-se a seguinte expressão:

$$I = I_0(R)^\gamma \quad (11)$$

em que:

$I$  - investimento correspondente ao ritmo de exploração  $R$  ( $10^6$ t/ano);

$I_0$  - investimento de referência para o ritmo de explora-

CATERUCA

(TIPO A)

INTERVALOS DE CONFIANÇA  
DA CURVA TEOR MÉDIO/TEOR DE CORTE

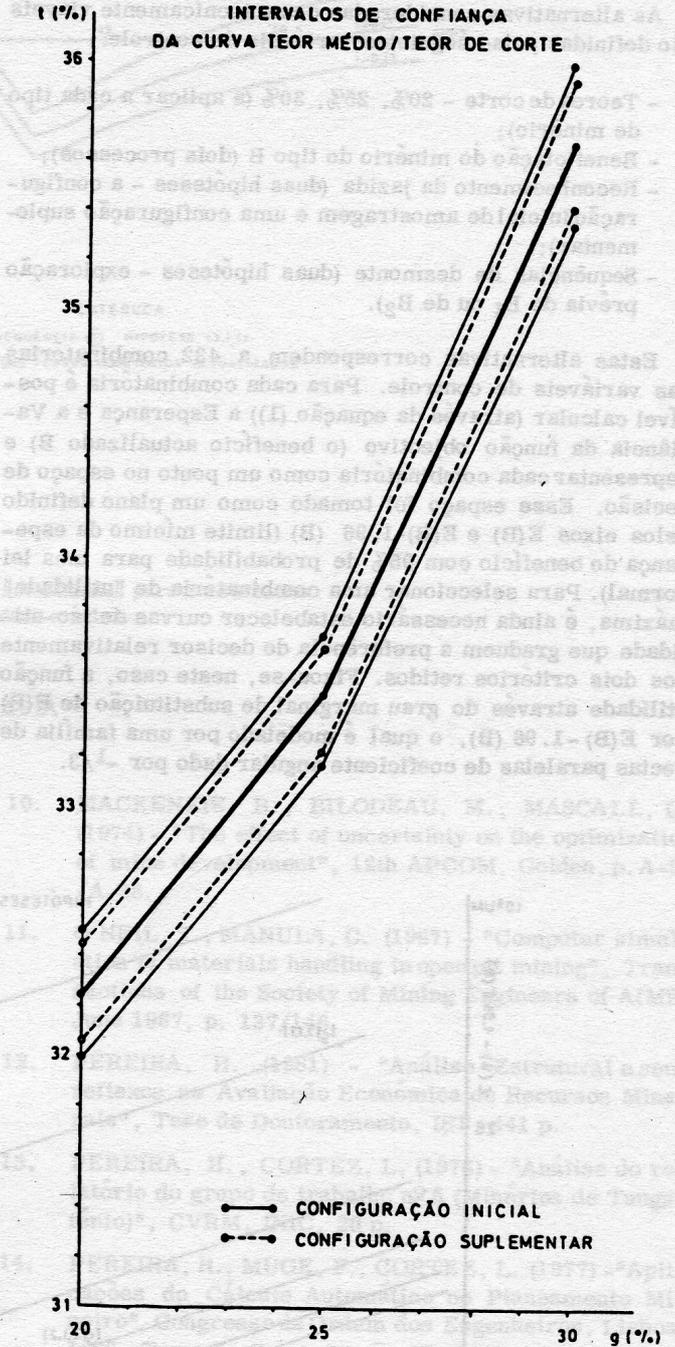


Fig. 4 - Curva teor médio/teor de corte para o tipo A.

ção unitário ( $10^6$  t/ano);

$\gamma$  - uma constante que toma os valores 0.8 para a exploração mineira e 0.7 para as instalações de tratamento de minérios (JARPA, 1976).

Conhecido o preço de venda do produto final e estabelecendo um programa de investimentos, é agora possível efectuar uma simulação estocástica dos fluxos anuais de caixa, calculando a esperança e variância do benefício actualizado com base na equação (1), para diferentes alternativas tecnológicas de exploração e tratamento, e assumindo uma lei de distribuição de probabilidade normal (de



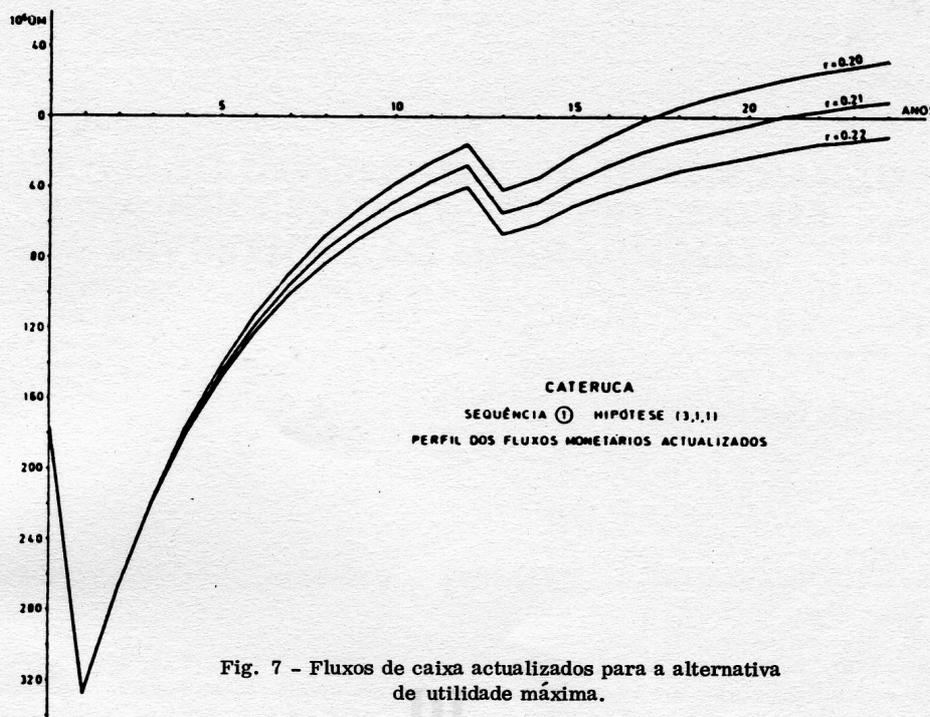


Fig. 7 - Fluxos de caixa actualizados para a alternativa de utilidade máxima.

#### BIBLIOGRAFIA

1. BENZÉCRI, J. P. (1973) - "L'analyse des données", 2 vol., Dunod, 615 e 619 p.
2. DAUD, B., PARISEAU, W. (1976) - "Integer programming approach to truck/shovel assignment in open-pit mines", Society of Mining Engineers of AIME, Preprint 76-AR-89, 16 p.
3. DIGRE, M. (1960) - "Separation factor analysis for mineral dressing process", International Mineral Processing Congress, London 1960, Group IX, paper nº 49, p. 999/1013.
4. DOWD, P. (1979) - "Dynamic programming and its application to cut-off grade problems", TÉCNICA, nº 451/452, p. 321/332.
5. ELBROND, J., PICHE, A., CAINES, R. (1979) - "A new procedure for the calculation of an open-pit operation's capacity at the carol lake operations of the iron ore company of Canada", 16th. APCOM, Tucson, p. 477/492.
6. FIVAZ, N., CUTLAND, J., BALCHIN, C. (1973) - "Allocation and control of the truck fleet at Nachanga open-pit, Zambia", Transactions of the Institution of Mining and Metallurgy, October 1973, p. A-131/A-139.
7. JARPA (1976) - "Capital investment and operating cost estimation in open pit mining", 14th APCOM, Pennsylvania, 12 p.
8. KAAS, L. (1966) - "A practical production scheduling model for the taconite industry", Transactions of the Society of Mining Engineers of AIME, September 1966, p. 281/285.
9. LINDGREN, D. (1975) - "Geological Report of the Pre-design and feasibility study of the Cassinga BHQ iron ore project (Angola)", Relatório Interno da Companhia Mineira do Lobito, 34 p.
10. MACKENZIE, B., BILODEAU, M., MASCALL, G. (1974) - "The effect of uncertainty on the optimization of mine development", 12th APCOM, Golden, p. A-9/A-38.
11. O'NEIL, T., MANULA, C. (1967) - "Computer simulation of materials handling in open pit mining", Transactions of the Society of Mining Engineers of AIME, June 1967, p. 137/146.
12. PEREIRA, H. (1981) - "Análise Estrutural e seus reflexos na Avaliação Económica de Recursos Mineiros", Tese de Doutorado, IST, 441 p.
13. PEREIRA, H., CORTEZ, L. (1976) - "Análise do relatório do grupo de trabalho nº 5 (Minérios de Tungsténio)", CVRM, INIC, 20 p.
14. PEREIRA, H., MUGE, F., CORTEZ, L. (1977) - "Aplicações do Cálculo Automático no Planeamento Mineiro", Congresso da Ordem dos Engenheiros, Lisboa, 1977, Tema 8, Comunicação 26, 14 p.
15. ROMAN, R. (1972) - "The use of dynamic programming for mine-mill production schedules", 10th APCOM, Johannesburg, p. 165/170.
16. SIMS, D. (1979) - "Open-pit long-range mine planning using O.R.E.", in Computer Methods for the 80's in the mineral industry, Ed. by A. Weiss, AIME, p. 359/370.
17. WILKE, F., REIMER, T. (1977) - "Optimizing the short term production schedule for an open-pit iron ore mine operation", 15th APCOM, Brisbane, p. 425/433.



Associação Portuguesa para o Desenvolvimento  
da Investigação Operacional.

CESUR - Instituto Superior Técnico  
Avenida Rovisco Pais · 1000 Lisboa  
Telef. 80 74 55