

ORDEM DOS ENGENHEIROS



CONGRESSO
78

TEMA **8**

COMUNICAÇÃO **3**

ANÁLISE ESTRUTURAL E SEUS REFLEXOS NA AVALIAÇÃO ECONÓMICA DE PROJECTOS MINEIROS

HENRIQUE JOSÉ F. GARCIA PEREIRA

PORTO

22 - 29 NOVEMBRO 1978

ANÁLISE ESTRUTURAL E SEUS REFLEXOS NA AVALIAÇÃO ECONÓMICA DE PROJECTOS MINEIROS

por

HENRIQUE JOSÉ FIGUEIREDO GARCIA PEREIRA⁽¹⁾

Neste trabalho apresenta-se um approach à análise do projecto mineiro em que se toma em conta a interacção entre os três sub sistemas em presença - geológico, tecnológico e económico. Considera-se com mais profundidade o subsistema geológico, des creve-se uma metodologia para detectar a sua estrutura e con sideram-se os reflexos dessa estrutura nos subsistemas tecnoló gico e económico.

Constroi-se um modelo que interpreta as interacções entre os subsistemas, parametrizam-se as estruturas em presença e ensaia -se uma optimização empírica, determinando o valor dos parâme- tros que maximizam uma função objectivo que toma em conta si- multaneamente a ESPERANÇA e o RISCO de uma função económica.

1 - INTRODUÇÃO

O empreendimento mineiro apresenta algumas característi- cas próprias da "matéria prima" que é o seu objecto.

De facto, ao contrário de outras indústrias, que tratam uma matéria prima de qualidade rigorosamente controlada, num local criteriosamente escolhido e utilizando um processo stan- dardizado operando sempre nas mesmas condições, a industria mi neira beneficia uma matéria prima não renovável, de caracterís- ticas heterogéneas conhecidas parcialmente por amostragem, no local onde esta se encontra na Natureza (obedecendo pois aos

(1) - Assistente do IST, bolseiro do INIC no Centro de Valori-
zação de Recursos Minerais das Universidades de Lisboa

constrangimentos morfológicos e espaciais próprios da ocorrência) e segundo tecnologia que tem de se adaptar aos condicionamentos locais.

O interesse universalmente dedicado nos últimos anos ao problema dos recursos não renováveis, levou a que novas metodologias conducentes à racionalização da exploração de tais recursos se desenvolvessem e vulgarizassem.

Essas metodologias, embora se inscrevam no quadro geral das técnicas de análise de projecto, apresentam alguns aspectos peculiares, nomeadamente no que se refere à criação de modelos descritivos da estrutura espacial das variáveis de interesse económico, que serão desenvolvidos neste trabalho.

2 - INTERDEPENDÊNCIA ENTRE O GEOLÓGICO, TECNOLÓGICO E ECONÓMICO

Como ilustração e exemplo dos conceitos que serão introduzidos, consideramos a seguinte equação simplificada de viabilidade (*):

$$A = (v f \underline{t} - c) T - Co \geq 0 \quad (1)$$

onde:

A é a margem monetária global não actualizada

v é o preço de venda da tonelada do produto final (metal, por ex.) (\$/t)

f é o rendimento da operação de concentração (quociente entre a tonelada de produto vendável ao preço v e a tonelada do tal qual)

t é o teor médio do tal qual extraído

c é o custo global da extracção e beneficiação de uma tonelada de tal qual (\$/t)

T é a tonelagem do tal qual extraído (t)

Co são os custos fixos (na mina e beneficiação)

Esta equação significa de um modo muito claro que o valor do metal vendido tem de ser superior aos custos globais de extracção e tratamento.

(*) Não nos deteremos aqui nas técnicas de análise de projecto que se baseiam num detalhamento da eq (1) e seu desdobramento no tempo com os consequentes reflexos na actualização das variáveis económicas e análise de custo/benefícios.

De uma primeira análise do significado das variáveis que surgem na eq. (1), resulta que as variáveis t e T são de natureza geológica; f , c e Co são técnico-económicas e y é essencialmente económica.

Aprofundando um pouco o significado destas variáveis, verifica-se que todas elas têm um carácter misto que resulta da interdependência entre três subsistemas - o geológico, o tecnológico e o económico. Estes três subsistemas não são autónomos e só um aproach que encare o projecto mineiro como uma totalidade de características constitutivas (**), pode conduzir a uma conceptualização coerente dos problemas postos pelo projecto.

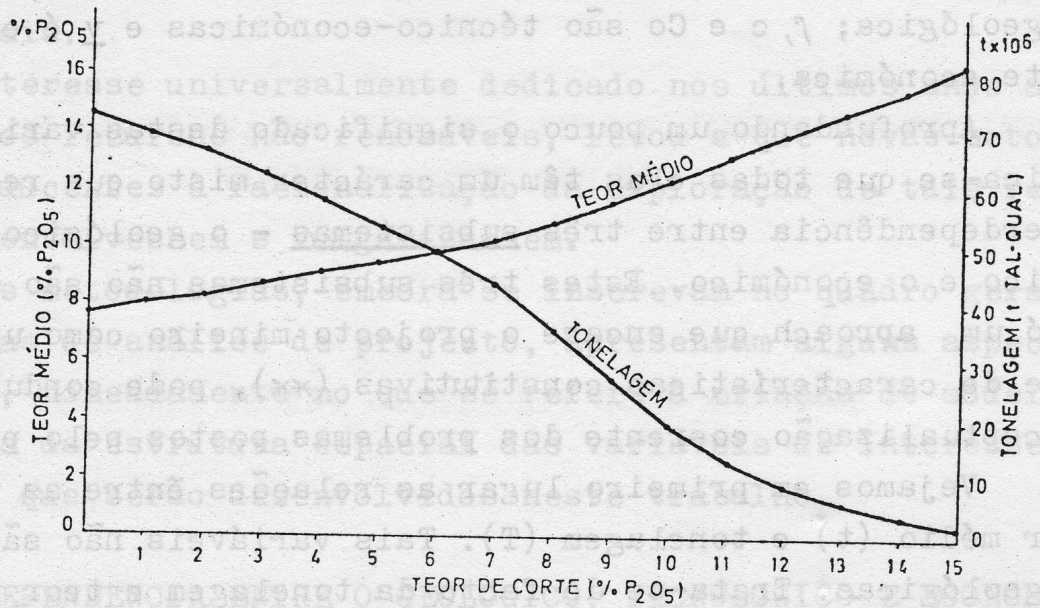
Vejamus em primeiro lugar as relações entre as variáveis teor médio (t) e tonelagem (T). Tais variáveis não são puramente geológicas. Trata-se de facto da tonelagem e teor médio do minério extraído e não dessas mesmas características do minério in situ. Estas variáveis interrelacionam-se de um parâmetro, chamado teor de corte (g) que é o teor acima do qual um dado bloco é explorado. Na prática mineira, é costume construir as curvas tonelagem /teor e teor médio/teor de corte, de que se apresenta um exemplo na Fig. 1, que dão a tonelagem e teor médio da reunião dos blocos de teor superior a g .

Tais curvas, construídas com base no histograma dos teores, dependem da dimensão do bloco V (em particular a variância diminui quando a dimensão do bloco aumenta), como se pode ver no exemplo considerado na Fig. 2.

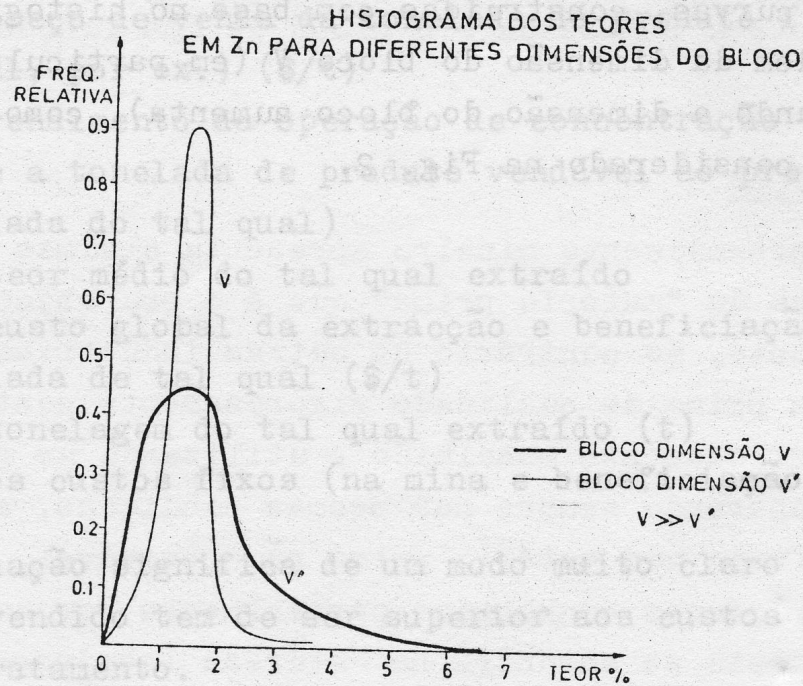
O preço de venda v , embora influenciado pelas tonelagens e teores dos minérios disponíveis, é sobretudo controlado através de condições de mercado.

Em resumo, é mesmo ao entrar no detalhamento da equação (1), verificamos que os três subsistemas considerados, caracterizados pelas variáveis cujo significado foi abordado acima, estão de tal modo interligados que a alteração de um parâmetro influencia o comportamento dos outros de um modo global, o que justifica uma abordagem integrada na solução do problema.

(**) i.e., que dependem das relações entre os elementos que constituem o sistema [1]



- Fig. 1 - Curvas tonelagem/teor e teor médio/teor de corte para um jazigo de fosfatos (segundo [2])



- Fig. 2 - Interdependência entre a dimensão do bloco e o histograma dos teores para um jazigo de pirites (segundo [3]).

Ora a dimensão do bloco V é uma característica técnico-económica (depende do método de lavra, máquinas de extracção, etc.), a qual está pois em interacção com a distribuição espacial dos teores - característica geológica.

Por outro lado, as variáveis f , c e C_0 dependem em 1ª análise de condições tecnológicas. Mas para efectuar a sua estimação é necessário conhecer a distribuição espacial de uma série de variáveis - nomeadamente os teores tal qual.

De facto, o rendimento de tratamento f depende fortemente do teor de entrada na lavaria e suas flutuações ao longo do tempo (que são reflexo da distribuição espacial dos teores tal qual e método de lavra, o qual é definido, em primeira aproximação, pela dimensão do bloco V).

Quanto aos custos variáveis c , estes dependem da geometria do jazigo, sua homogeneidade e outras condições ligadas à própria mineralização, inclusivamente atitude da rocha encaixante e condições mecânicas. A distribuição dos teores pode inclusivamente ditar o método de lavra a utilizar (lavra selectiva ou de métodos de baixo custo unitário - tipo sublevel stoping ou céu aberto), o qual está evidentemente ligado à dimensão do bloco V.

Os custos fixos C_0 referem-se aos custos de reconhecimento (cuja dependência da distribuição espacial dos teores é imediata), custos de instalação e parques. Esta última parcela refere-se à necessidade de homogeneização prévia à entrada da lavaria exigida por flutuações exageradas nos teores tal qual.

O preço de venda v , embora influenciado pelas tonelagens e teores dos minérios disponíveis, é suposto conhecido através de condições do mercado.

Em resumo, e mesmo sem entrar no detalhamento da equação (1), verifica-se que os três subsistemas considerados, caracterizados pelas variáveis cujo significado foi abordado acima, estão de tal modo interligados que a alteração de um parâmetro influencia o comportamento dos outros de um modo global, o que justifica uma metodologia inspirada na teoria dos sistemas para formalizar o problema.

Cada um dos subsistemas considerados anteriormente pode ser definido pela sua estrutura, entendida como o conjunto de relações existentes entre os seus elementos constituintes. As três estruturas internas a cada subsistema hierarquizam-se através das relações externas entre elas.

A estrutura básica a considerar será a estrutura geológica pois é sobre esta que se embrica o projecto técnico-económico. Vamos pois deter-nos sobre o problema da informação geológica e sua estrutura.

É evidente que uma ocorrência mineralizada nunca é conhecida totalmente no momento de efectuar sobre ela o projecto. Há uma operação de amostragem ou reconhecimento que fornece informação sobre as variáveis de interesse económico. Mas se, a partir da amostragem, não é possível estabelecer leis de tipo causal ou genético da natureza das da física clássica, há sempre uma estrutura das variáveis que é detectável a partir de um certo nível de reconhecimento.

Essa amostragem, conduzida no sentido de satisfazer os objectivos da operação industrial em causa, permite, com base numa análise estrutural, estimar as variáveis de interesse económico com um risco calculável à priori.

A metodologia que tem sido utilizada na última década para satisfazer os objectivos atrás mencionados, é a chamada TEORIA DAS VARIÁVEIS REGIONALIZADAS [4]

Pretende-se descrever a distribuição espacial de uma série de variáveis ligadas ao espaço, de variação fortemente irregular de ponto para ponto, mas com características estruturais comuns resultantes do fenómeno geológico subjacente. Tais variáveis não podem ser interpretadas como Variáveis Aleatórias, mas sim como realizações de Funções Aleatórias n-dimensionais (uma dimensão por cada ponto do espaço).

As Variáveis Regionalizadas (V.R.) são estruturadas no espaço segundo um conjunto de relações que podem ser evidenciadas a partir de uma função de autocorrelação, dita VARIOGRAMA, que mede a variância dos acréscimos da V.R. para pares de pontos ligados por um vector \vec{h} . Se for φ a coordenada (a 1 2 ou 3 dimensões) do ponto amostrado e $Y(\varphi)$ o valor da V.R. nesse ponto, o VARIOGRAMA (h) define-se:

$$\gamma(\vec{h}) = \frac{1}{2} E \left\{ \left[Y(u + \vec{h}) - Y(u) \right]^2 \right\}$$

Trata-se de uma função de \vec{h} , de forma crescente para valores pequenos de \vec{h} e que tende para um patamar se o fenómeno regionalizado for estacionário. O variograma experimental é interpolável por uma função analítica cuja forma dá conta dos principais aspectos estruturais que interessam à avaliação económica.

4 - ANÁLISE ESTRUTURAL E MODELAGEM DESCRITIVA DAS JAZIDAS

Uma vez detectada a estrutura subjacente a uma dada mineralização, é possível encarar a criação de modelos descritivos da distribuição espacial dos teores (ou outra V.R.) no espaço, sobre os quais o projecto mineiro pode ser construído.

A realidade geológica, cuja estrutura é revelada pelo VARIograma, serve assim de base à estimação ou simulação de variáveis de interesse económico. Na prática surgem dois tipos de modelos, conforme os objectivos a prosseguir:

- a) - Modelos resultantes da estimação da V.R.
- b) - Modelos resultantes da simulação da V.R.

Vamos tratar estes dois tipos separadamente, esboçando as potencialidades de cada um na detecção das ligações entre a estrutura geológica e as estruturas técnico-económica.

- a) - Modelos resultantes da estimação da V.R.

Como vimos a informação geológica é resultante de um processo de amostragem, e portanto é conhecida em alguns pontos do espaço u_i .

Seja $Y(u_i)$ o valor da V.R. em N pontos u_i e $Z(u)$ o valor (desconhecido) da V.R. num ponto genérico u .

A variável que é necessário estimar para a construção do modelo é o valor médio num volume de dimensão V (bloco tecnológico):

$$Z = \frac{1}{V} \int_V Z(u) du$$

Z é evidentemente desconhecido e o que se pretende é obter um estimador Z^* que se pode supor uma combinação linear da informação existente $Y(u_i)$:

$$Z^* = \sum_{i=1}^N \lambda_i Y(u_i)$$

A variância do erro que se comete tomando \tilde{Z} por Z é:

$$\sigma_E^2 = E \left\{ (z - \tilde{z})^2 \right\} \quad (2) \text{ (variância de estimação)}$$

A condição de não enviesamento do estimador implica $\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$ (3) e a minimização de (2) sob o constrangimento (3) pelo método dos multiplicadores de Lagrange fornece os ponderadores λ_i e a variância de estimação mínima σ^2_k , dita variância de krigagem.

Ora é evidente que os ponderadores dependem da geometria relativa do estimador e do estimante (um ponto mais próximo do volume V a estimar terá um ponderador maior) e da forma da função de autocorrelação.

É assim possível, a partir da análise estrutural efectuada, construir estimadores da V.R. para todos os blocos V em que a estrutura tecnológica a ensaiar dividiu o jazigo.

Esses estimadores servem de base a um MODELO descritivo da distribuição espacial da V.R. no domínio mineralizado em suportes de dimensão V . A cada bloco é afectada a esperança e a variância da V.R. em causa.

Esse modelo pode ter as aplicações seguintes:

(i) Se a V.R. for um teor tal qual, é possível construir curvas tonelagem teor e teor médio/teor de corte que dão as relações entre a tonelagem recuperada T , o teor médio do minério explorado \underline{t} e o teor de corte g para diferentes dimensões do bloco V . As interligações entre a estrutura geológica e técnico-económica podem ser detectadas nalguns dos seus aspectos a partir dessas curvas.

(ii) Com base nos erros nas estimações feitas, podem prever-se à priori o efeito de campanhas suplementares de reconhecimento (ligadas ao custo C_0) no risco do projecto.

b) - Modelos resultantes da simulação das V.R.

Se, de facto, os modelos resultantes da estimação das V.R. têm determinadas potencialidades que os tornam adequados a certas aplicações, provocam efeitos "indesejáveis" para outros objectivos.

Em especial, a variância de dispersão dos valores krigados é menor do que a dos valores reais da V.R. para o mesmo

suporte V. Se for D^2 esta variância e D_k^2 a variância dos valores krigados, verifica-se a relação aproximada

$$D^2 = D_k^2 + \sigma_k^2$$

e portanto a diferença entre a variância de dispersão real D^2 e aquela a que temos acesso através da krigagem D_k^2 é tanto maior quanto menor for o nível de reconhecimento efectuado.

Assim, para ter em conta as flutuações da V.R. o modelo resultante da estimação só é adequado se a variância de krigagem σ_k^2 for muito pequena (o que não é em geral o caso no momento do projecto, em que a informação disponível é escassa).

Ora as flutuações do teor tal qual (ligadas evidentemente à variância de dispersão) têm uma influência decisiva no rendimento f de beneficiação (este depende não só da esperança como da variância dessa V.R. numa certa base de tempo) de tal modo que é por vezes necessário prever um parque (cujos custos entram na parcela C_0) onde se fez a homogeneização prévia à entrada da lavaria até níveis compatíveis com um dado rendimento

Para ter em conta este importante aspecto ligado à flutuação dos teores, constroi-se outro MODELO descritivo da realidade da jazida, a partir da simulação da V.R..

A técnica de simulação utilizada desde os trabalhos de GUIBAL [5] e JOURNAL [6] obedece às seguintes condições:

(i) respeita-se o variograma e portanto a V.R. simulada a V.R. real tem a mesma estrutura;

(ii) respeita-se o histograma experimental e portanto a dispersão e tipo lei;

(iii) os valores simulados da V.R. passam pelos pontos experimentais amostrados.

Obtem-se assim uma realização da V.R. a uma malha tão fina quanto se queira, a partir da qual se constroi um modelo para diferentes dimensões do bloco V, que permite testar a influência do método de lavra na flutuação dos teores e rendimento da lavaria, dimensionando o parque de homogeneização para certas hipóteses e quantificando certos aspectos da influência da estrutura geológica nas variáveis económicas a considerar no projecto.

5 - PARAMETRIZAÇÃO

Os modelos considerados anteriormente permitem descrever certos aspectos da interacção entre as variáveis geológicas e as características técnico-económicas da exploração dos recursos.

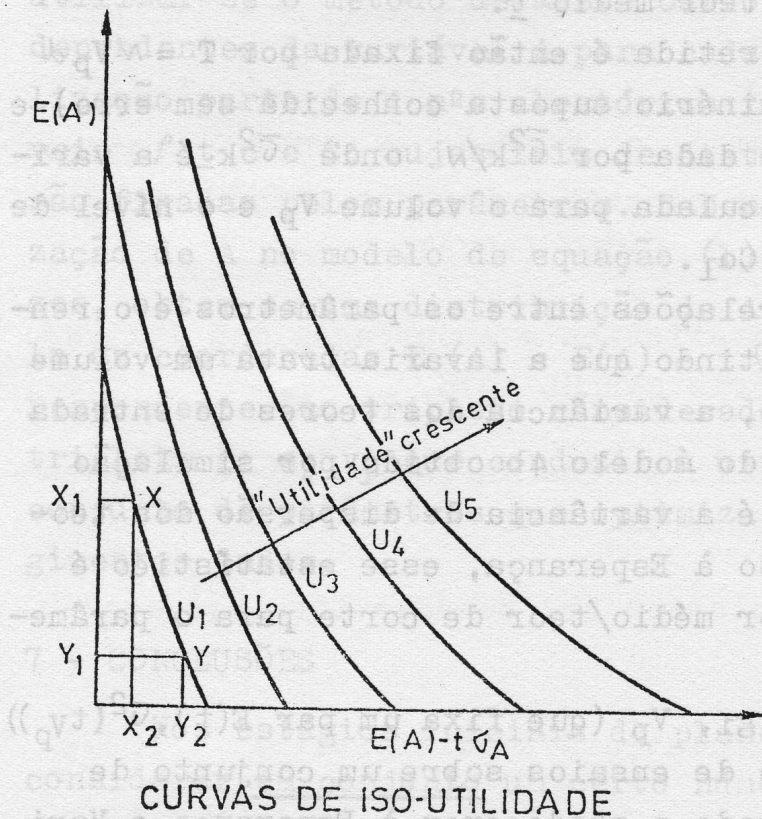
Mas desde o momento em que se considerará um PROJECTO global e portanto a actuação deliberada da estrutura técnico-económica sobre a realidade geológica de modo a maximizar uma determinada função objectivo definida pelo quadro económico onde nos situamos, é necessário parametrizar as estruturas existentes, isto é, defini-las a menos de um certo número de parâmetros controláveis cujo valor resultará da optimização a efectuar.

Tomando aqui a equação simplificada (1) como modelo de interacção entre as principais variáveis características dos subsistemas considerados, vamos procurar uma função objectivo que, dentro do quadro da economia de mercado, se adapte à natureza do projecto mineiro. Há de facto um aspecto importante do projecto mineiro que tem de ser considerado nesta análise - é a noção de risco que resulta da forte interdependência entre o nível e custos da informação geológica e a economicidade do projecto.

BILODEAU e MACKENZIE [7] sugerem que se definam curvas de iso-utilidade ligando a esperança e a variância da taxa de desconto interno para diferentes níveis de reconhecimento. Propõe-se aqui uma generalização do método supondo outra função objectivo e considerando outro conjunto de parâmetros.

Seleccionam-se os seguintes parâmetros - teor de corte g , dimensão do bloco V e nível de reconhecimento suplementar S e define-se a função objectivo a maximizar como uma curva de utilidade que expressa a preferência relativa do gestor para dois critérios simultâneos (ver Fig. 3): em ordenadas a esperança da função económica (1) $E\{A\}$ e em abcissas o limite mínimo da mesma função para um dado nível de probabilidade $E\{A\} - t\sigma_A$. O primeiro critério é evidente - a utilidade será tanto maior quanto maior a esperança do benefício total A ; quanto ao segundo, e dado o carácter estocástico das variáveis que entram na equação (1), este exprime que a utilidade será tanto maior quanto menor a variância σ_A do benefício (ou seja o risco do pro-

jecto) já que, para a mesma $E\{A\}$, t (que tem o significado da variável de Student-Fisher) é fixado pelo nível de probabilidade escolhido e pelo número de graus de liberdade.



Os pontos X e Y da curva U_1 são de iso-utilidade - é indiferente para o gestor a esperança X_1 e o limite inferior do benefício X_2 ou a esperança Y_1 e o limite inferior do benefício Y_2 .

Fig. 3 - Curvas de iso-utilidade para a função económica da equação (1)

6 - OPTIMIZAÇÃO EMPÍRICA

Detectada a estrutura geológica e estabelecidos os modelos referidos em 4., vejamos como relacionar as variáveis de base da equação (1) com os parâmetros escolhidos de modo a maximizar a função objectivo considerada anteriormente.

Dos conditionalismos práticos que rodeiam o problema é fácil seleccionar 3 conjuntos finitos de n , m e q elementos para cada parâmetro:

$$g = \{g_1, \dots, g_i, \dots, g_n\}, \quad S = \{S_1, \dots, S_i, \dots, S_m\}$$

$$V = \{V_1, \dots, V_p, \dots, V_q\}$$

As combinatórias $n \times m \times q$ nunca são em número proibitivo para o cálculo automático dadas as severas restrições de carácter tecnológico e assim é possível considerar um tripeto

g_i S_j V_p sobre o qual incide a análise.

A partir do modelo espacial a) do ponto 4., seleccionam-se os blocos de dimensão V_p e teor krigado superior a g_i e determina-se na curva tonelagem-teor o seu número N e na curva teor médio teor de corte, o seu teor médio \bar{t} .

A tonelagem tal-qual retida é então fixada por $T = N V_p d$ (onde d é a densidade do minério suposta conhecida sem erro) e a variância do teor médio é dada por $\bar{\sigma}^2 k/N$ onde $\bar{\sigma}^2 k$ é a variância média de krigagem calculada para o volume V_p e o nível de reconhecimento S_j de custo Co_1 .

Analiseemos agora as relações entre os parâmetros e o rendimento da lavaria f . Admitindo que a lavaria trata um volume V_p numa certa base de tempo, a variância dos teores de entrada na lavaria é a que resulta do modelo 4b obtido por simulação condicional (tal variância é a variância de dispersão dos teores de V_p no jazigo). Quanto à Esperança, esse estatístico é calculado sobre a curva teor médio/teor de corte para o parâmetro g_i .

Então, para cada par g_i , V_p (que fixa um par $E(t)$, $\sigma^2(t_{V_p})$) realizam-se um certo número de ensaios sobre um conjunto de amostras seleccionadas de modo a obedecerem à Esperança e Variância do teor tal qual, os quais conduzem a uma distribuição de f sobre a qual se lê $E\{f\}$ e $\sigma^2(f)$.

No caso de se prever parque de homogeneização de dimensão $\tau_1 V_q, \dots, \tau_k V_q$ (onde V_q é a maior dimensão de bloco considerada), é necessário realizar ainda ensaios suplementares com conjuntos de amostras de teor médio igual aos anteriores e variância dada, para os grupos de blocos que entram simultaneamente no parque, pelo modelo referido em 4.b. A dimensão do parque influencia a esperança e variância de f (quanto maior o parque, menor a variância de f) e corresponde a uma parcela dos custos fixos Co_2 .

Quanto aos custos variáveis c , estes obtêm-se para cada dimensão do bloco V_p admitindo uma lei de distribuição de probabilidade com base na experiência prática do método de lavra utilizado.

Os custos fixos Co , além das parcelas Co_1 e Co_2 já referidas, contém ainda uma componente aleatória, independente dos

parâmetros considerados, e fixada pela prática para cobrir outros custos fixos.

Interrelacionando os parâmetros com as variáveis através do conjunto de correspondências descrito brevemente atrás, pode utilizar-se o método de Monte Carlo para obter s realizações independentes da variável A para cada triplete $g_i \quad s_j \quad v_p$. Cada realização parte de 4 n.ºs aleatórios independentes para as variáveis $f \quad t \quad c$ e C_0 cujas leis de distribuição de probabilidade são fixadas pelos parâmetros. Sabendo T e v, obtem-se uma realização de A no modelo de equação (1). Repetindo o processo s vezes, obtem-se uma distribuição de A, a partir da qual se calcula as coordenadas E(A) e $E(A) - t \sqrt{V(A)}$, que definem o ponto correspondente ao triplete considerado no espaço da utilidade. O triplete $g_i \quad s_j \quad v_p$ que conduzir à utilidade máxima constitui o conjunto de parâmetros que otimiza o projecto sob os constrangimentos dados.

7 - CONCLUSÕES

Nos estágios iniciais do planeamento mineiro é necessário considerar em conjunto um certo número de variáveis de carácter estocástico cujas interrelações podem ser tomadas em conta por um approach inspirado na teoria dos sistemas.

A partir de alguns conceitos básicos dessa teoria e dos resultados já clássicos da Geoestatística, apresentou-se um método que é uma contribuição para a optimização do projecto mineiro. A experimentação numérica em computador sobre valores reais foi já iniciada no CVRMUL e os resultados dos ensaios em curso serão publicados oportunamente no seguimento de trabalhos anteriores [8] . .

8 - AGRADECIMENTOS

Ao Prof. José Quintino Rogado, director da linha de Geoestatística e Planeamento Mineiro do CVRMUL, deve-se importante apoio e incentivo, além de frutuosas discussões sobre o método e sua aplicabilidade. Os investigadores do CVRMUL Eng.ºs F. Muge e J. de Sousa deram colaboração no tratamento dos dados a ensaiar para testar o método. Agradece-se a Metais de Goiás, S.A. e

a Pirites Alentejanas a autorização facultada para publicar resultados obtidos.

9 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] - BERTALANFY, L. - "General System Theory" - Penguin 1973
- [2] - J. ROGADO, L. CORTEZ, G. PEREIRA, F. MUGE - Projecto Metago - Avaliação da reserva mineral e Parametrização. Relatório interno para PAULO ABIB. S. PAULO (1976).
- [3] - Reavaliação Geoestatística e Amostragem dos Jazigos de Moinho e Feitais - Relatório CVRUL 1978.
- [4] - MATHERON, G. "La theorie des Variables Regionalisées et ses applications - Fontainebleau 1970
- [5] - GUIBAL, D. - "Simulation de schemas intrinsèques"- - Fontainebleau 1973.
- [6] - JOURNEL, A. - "Simulations conditionelles" - Thèse de docteur ingénieur 1974.
- [7] - BILODEAU, M e MACKENZIE, B - The drilling investment decision in mineral exploration. 14th APCOM, USA 1976.
- [8] - CORTEZ, MUGE, PEREIRA - "Mine planning in a phosphate deposit" - 15th APCOM, Australia 1977.